



Exercice 1 (8 points)

I Soit la fonction h défini par $h(x) = \sqrt{x^2 + 4x} + x + 2$.

On désigne par (ζ_h) la courbe représentative de h dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1/ Montrer que h est définie sur $]-\infty, -4] \cup [0, +\infty[$

2/ a- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$.

b- Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$. Interpréter graphiquement ce résultat.

3/ a- Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$, on a : $h(x) - 2x = \frac{8 - \frac{4}{x}}{\sqrt{1 + \frac{4}{x}} + 1 - \frac{2}{x}}$

b- En déduire que la courbe (ζ_h) admet une asymptote Δ d'équation : $y = 2x + 4$.

c- Pour $x \in]0, +\infty[$, comparer $\sqrt{x^2 + 4x}$ et $(x + 2)$ puis étudier la position relative de (ζ_h) et Δ .

II On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 + 4x} + x + 2 & \text{si } x \in]-\infty, -4[\cup]0, +\infty[\\ f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 2 & \text{si } x \in [-4, 0] \end{cases}$$

1/ Montrer que f est continue en 0 et en -4

2/ En déduire que f continue sur \mathbb{R}

2/ Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet dans $[-1, 0]$ au moins une solution α

Exercice 2 (4 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On donne les points

$A(-1, 1)$, $B(-4, 5)$ et $C(2, 1)$

1)a) calculer AB ; AC et $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$

b) Déduire $\cos(\widehat{BAC})$

2)a) Donner une équation cartésienne de la droite $\Delta = (AB)$

b) Calculer $d(C, \Delta)$

c) Donner les coordonnées du point H projeté orthogonale de C sur Δ

3) Déterminer l'ensemble des points M du plan dans chacun des cas suivants

$$MB^2 - 3MA^2 = -\frac{25}{2}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{MA} = 0$$

Exercice 3 (5 points)

Soit ABC un triangle tel que : $AB = 4$, $AC = 6$, $BC = 8$ et I le milieu de [BC]

1/ a- Montrer que : $AB^2 + AC^2 = 2AI^2 + \frac{BC^2}{2}$

b- Calculer alors la distance AI.

2/ a- Placer le point H de la droite (AB) tel que : $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AB} = -8$

b- Déterminer l'ensemble des points M du plan tel que : $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = -8$.

3/ Soit G le centre du gravité du triangle ABC. Déterminer l'ensemble des points M du plan

tel que : $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) \cdot \overrightarrow{MC} = 0$

4/ a- Montrer que G est le barycentre des points pondérées : (A,1) et (I,2)

b- Montrer que pour tout points M du plan, on a : $MA^2 + 2MI^2 = 3MG^2 + \frac{20}{3}$

a- Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que : $MA^2 + 2MI^2 = \frac{29}{3}$

Exercice 4 (3 points)

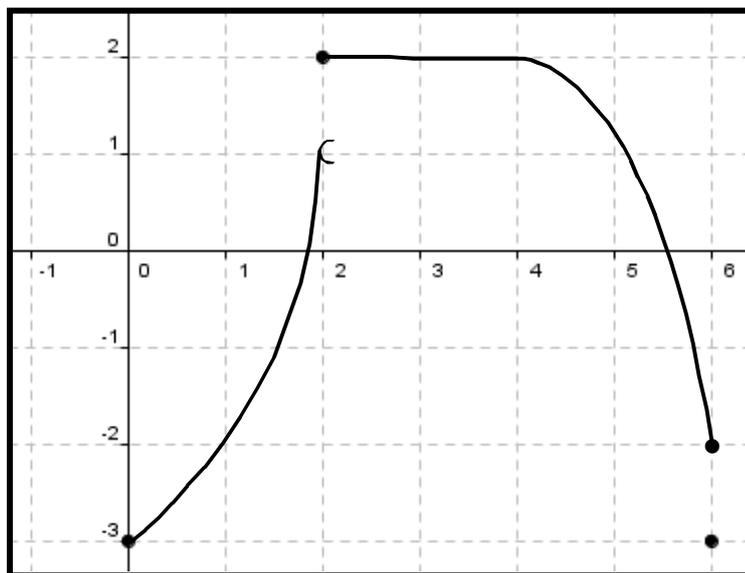
Nom :

Prénom :

Annexe

Dans le plan muni d'un repère orthogonal, ζ_f est la courbe représentative de f définie sur $[0,6]$.

Répondre par vrai ou faux en utilisant la représentation graphique ci-dessous :



1) f continue sur $[0,2[\cup]2,6]$

2) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$

3) $f([0,6]) = [-3,2]$

4) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } x \in [0,2[\\ 2 & \text{si } x \in [2,4] \\ -(x-4)^2 + 2 & \text{si } x \in [4,6] \end{cases}$